

Partie A

Une usine teste ses pièces produites à l'aide d'une machine de contrôle.

Cette machine est chargée d'éliminer les pièces défectueuses de la production. Lorsqu'elle teste une pièce défectueuse, il y a 97 % de chance qu'elle l'élimine. Cependant lorsqu'elle teste une pièce conforme, il y a 5 % de chances qu'elle la rejette. On estime par ailleurs que 80 % des pièces qui arrivent jusqu'à la machine de contrôle sont conformes.

On note A l'évènement « la pièce qui arrive à la machine de contrôle est conforme »

On note B l'évènement « la machine laisse passer la pièce »

1- Que signifient les évènements $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\bar{A} \cap \bar{B}$?

2- A l'aide d'un arbre, calculer les probabilités précédentes.

3- En déduire $P(B)$, la probabilité qu'une pièce soit éliminée par la machine.

4- On aimerait connaître la proportion des pièces conformes parmi celles éliminées par la machine car celles-ci sont une perte sèche pour l'entreprise : calculer $P_B(A)$

Partie B

Pour contrôler la qualité de la production en amont de la machine de contrôle, on procède à un test manuel de 100 pièces prises au hasard dans la production : le tirage de contrôle est assimilable à un tirage aléatoire avec remise compte-tenu du grand nombre de pièces produites. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre de pièces défectueuses dans un échantillon de 100 pièces.

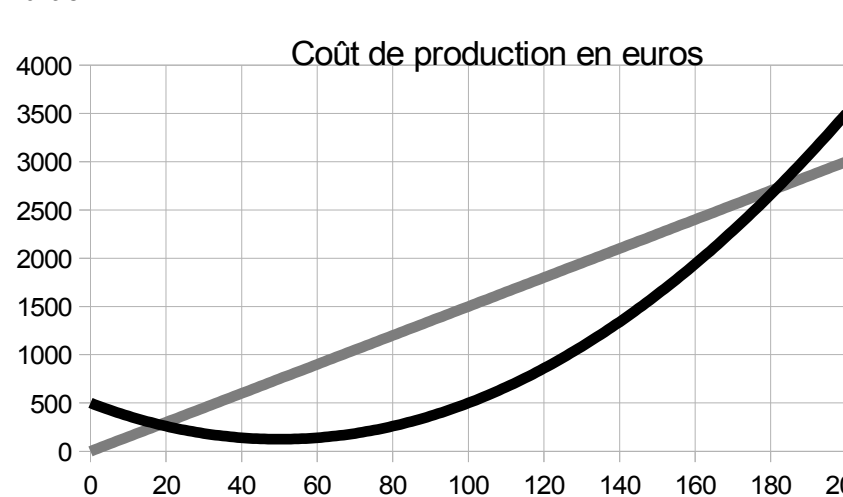
1- Justifier la loi suivie par X et indiquer ses paramètres.

2- Quelle est la probabilité qu'il y ait moins de 10 pièces défectueuses dans l'échantillon ?

Suite à une coupure de courant, la production est relancée. Il est urgent de procéder à un contrôle manuel pour évaluer si l'arrêt brutal a dérégulé la chaîne de production. Parmi un échantillon de 100 pièces tirées aléatoirement, 25 se sont révélées défectueuses.

3- Au seuil de confiance de 95 %, est-il possible que la chaîne soit toujours bien réglée ?

Partie C



Chaque pièce produite par l'entreprise est vendue 15€ au client. Sur le graphique ci-contre, sont tracées les courbes représentatives des fonctions R(x) correspondant à la recette et C(x) correspondant au coût de production.

1- Identifier R(x) et par élimination C(x)

2- Indiquer l'équation de la fonction R(x)

3- Déterminer graphiquement l'intervalle sur lequel l'entreprise est bénéficiaire.

Le coût de production suit l'équation :

$$C(x) = 0,15x^2 - 15x + 500$$

Soit B(x) l'équation correspondant au bénéfice de l'entreprise

e en fonction du nombre de pièces fabriquées.

4- Justifier que $B(x) = -0,15x^2 + 30x - 500$

Le chef d'entreprise voudrait déterminer pour combien de pièces le bénéfice est maximal

5- Calculer $B'(x)$, la dérivée de B(x).

6- Résoudre l'équation B(x).

7- En déduire le signe de B'(x) en fonction de x, puis réaliser le tableau de variation de B(x)

8- Pour combien de pièces fabriquées le bénéfice est-il maximal ?

9- Combien vaut ce bénéfice ?

Partie D

Pour prévoir à long terme l'achat d'une nouvelle machine de contrôle, le chef d'entreprise dépose 20000€ sur un livret rémunéré au taux annuel de 4 % le 1^{er} janvier 2013. Soit (u_n) la suite correspondant au montant disponible. u_0 correspond donc à la somme déposée initialement par le chef d'entreprise.

1- Calculer u_1 et u_2 .

2- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

3- En déduire la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

4- La nouvelle machine de contrôle coûte 30000€, en quelle année cette somme sera disponible sur le livret ?