Sujet Pondichéry 2013

Exercice 2 (5 points)

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que sur les rythmes scolaires.

L'enquête révèle que 55% des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10% sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

L : l'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;

C : l'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer P(L n C) la probabilité de l'événement L n C.
3. Montrer que P(C) = 0,5675.
4. Calculer PC(L), la probabilité de l'événement L dans l'événement C. En donner une valeur arrondie à 10^{-3}.
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.

a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.

b) Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4}.

c) Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Exercice 3 (5points)

Le 1er janvier 2000, un client a placé 3000 € à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %. On note C_n le capital du client au 1er janvier de l'année 2000 + n , où n est un entier naturel.

Calculer C_1 et C_2 - Arrondir les résultats au centime d'euro.

Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n. En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a la relation : C_n = 3000 x 1,025n.

On donne l'algorithme suivant :

```
Entrée Traitement
Saisir un nombre S supérieur à 3000
Affecter à n la valeur 0.          {Initialisation}
Affecter à U la valeur 3000        {Initialisation}
Tant que U < S
        n prend la valeur n + 1
        U prend la valeur U x 1,025
Fin tant que
Afficher le nombre 2000 + n
Sortie
```

Pour la valeur S = 3300 saisie, recopier et compléter autant que nécessaire le tableau suivant. Les résultats seront arrondis à l'unité.

Valeur de n	0	1				
Valeur de U	3000					
Condition U < S	vrai					

En déduire l'affichage obtenu quand la valeur de S saisie est 3300.

Dans le contexte de cet exercice, expliquer comment interpréter le nombre obtenu en sortie de cet algorithme quand on saisit un nombre S supérieur à 3000.

Au 1er janvier 2013, le client avait besoin d'une somme de 5000 €. Montrer que le capital de son placement n'est pas suffisant à cette date.

Déterminer, en détaillant la méthode, à partir du 1er janvier de quelle année le client pourrait avoir son capital initial multiplié par 10.

Nouvelle Calédonie 2012

Exercice 2

Une enquête a été réalisée auprès de français s'étant rendus à Londres pour des raisons touristiques.

Cette enquête révèle que, pour se rendre dans la capitale anglaise,

30 % de ces touristes ont utilisé l'avion,

50 % ont utilisé le train passant par le tunnel sous la Manche et les autres touristes ont traversé la Manche par bateau.

Sur l'ensemble de tous les touristes interrogés, 40 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.

Parmi les touristes interrogés ayant utilisé l'avion, 20% sont restés en Angleterre plus d'une semaine et parmi ceux qui ont choisi le train, 60 % sont restés en Angleterre plus d'une semaine.

On interroge au hasard un touriste ayant répondu à l'enquête. On suppose que chaque touriste avait la même probabilité d'être choisi.

On note :

- A l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en avion ».
- T l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en train ».
- B l'évènement « Le touriste interrogé a voyagé en bateau ».
- S l'évènement « Le touriste interrogé est resté en Angleterre plus d'une semaine ».

1. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau pour se rendre en Angleterre.
2. a. Exprimer à l'aide d'une phrase l'évènement A n S.

b. Déterminer les probabilités p(A n S) et p(T n S). (On pourra utiliser un arbre pondéré).

3. Montrer que P (B n S) = 0,04.
4. Déterminer la probabilité que le touriste interrogé ait voyagé en bateau sachant qu'il est resté plus d'une semaine en Angleterre.
5. On interroge au hasard 3 touristes ayant répondu à l'enquête de façon indépendante. On suppose que le nombre de personnes ayant répondu à l'enquête est suffisamment grand pour assimiler l'interrogation au hasard à un tirage avec remise.

Déterminer la probabilité que parmi ces trois touristes se trouve un seul touriste étant resté en Angleterre plus d'une semaine.

Métropole 2012

Exercice 1

Le tableau suivant représente le nombre de créations d'entreprises, en milliers, de 2003 à 2010 dans le secteur immobilier.(Source : INSEE, août 2011).

	A	B	C	D
1	Année	Rang de l'année (x_i)	Nombre de créations d'entreprises (y_i) (en milliers)	Taux annuel d'évolution (en %)
2	2003	0	10,7	
3	2004	1	13,3	24,3
4	2005	2	14,9	
5	2006	3	15,4	
6	2007	4	17,4	
7	2008	5	17,1	
8	2009	6	15,8	
9	2010	7	17,8	

Dans la cellule D3, le nombre 24,3 est le taux annuel d'évolution de 2003 à 2004, en %, arrondi à 0,1%près.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

1) ~~A l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d qui réalise un ajustement affine du nuage de points de coordonnées (x_i ; y_i) par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients à 0,001 près.~~

2) Dans cette question, on prendra pour équation de la droite d : y = 0,84 x + 12,35.

En admettant que ce modèle reste valable jusqu'en 2015, à combien peut-on estimer le nombre de créations d'entreprises en 2015 ?

Partie B

1) Quelle formule doit-on entrer dans la cellule D3 et recopier sur la plage D3 : D9 pour calculer, en %, les taux annuels d'évolution du nombre de créations d'entreprises entre 2003 et 2010 ?

2) Compléter le tableau. On arrondira les résultats à 0,1% près.

3) Comment interpréter le résultat obtenu dans la cellule D8 ?

4) Déterminer le taux global d'augmentation du nombre de créations d'entreprises entre 2003 et 2010. On arrondira le résultat à 0,1% près.

5) Montrer que le taux annuel moyen d'évolution du nombre de créations d'entreprises entre 2003 et 2010, arrondi à 0,1% près, est 7,5%.

6) On considère que l'évolution du nombre d'entreprises créées à partir de 2003 est modélisée par une suite géométrique (u_n) de premier terme u_0=10,7 et de raison 1,07.

Où u_n désigne le nombre d'entreprises créées, en milliers, l'année 2003 + n.

a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n

b) En supposant que ce modèle reste valable jusqu'en 2015, déterminer le nombre de créations d'entreprises en 2015. On arrondira le résultat à la centaine près.

EXERCICE 2 (7 points)

Une entreprise fabrique des pièces mécaniques. On note x le nombre de dizaines de pièces fabriquées au cours d'une journée. Le coût de production, en euros, de x dizaines de pièces est noté f(x) . La partie de la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle [4 ; 10] est donnée dans le repère de l'annexe à rendre avec la copie.

Partie A : Lecture graphique

On laissera apparents, sur le graphique de l'annexe à rendre avec la copie, les traits nécessaires à la lecture graphique.

1) A l'aide du graphique, déterminer le coût de production de 50 pièces.

2) Chaque pièce est vendue 0,3 €. On note R(x) la recette de l'entreprise lorsqu'elle produit x dizaines de pièces. Expliquer pourquoi $R(x) = 3x$.

3) Représenter graphiquement la fonction R dans le repère de l'annexe à rendre avec la copie.

4) Le bénéfice réalisé par l'entreprise, en fonction du nombre x de dizaines de pièces vendues, est la différence entre la recette et le coût de production. On note B(x) ce bénéfice. A l'aide du graphique, déterminer à quel intervalle doit appartenir x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif.

Partie B : Étude du bénéfice

On suppose que la fonction f est définie par $f(x) = x^2 - 8x + 18$ sur l'intervalle [4 ; 10].

1) On rappelle que lorsque l'entreprise produit x dizaines de pièces, sa recette est $R(x) = 3x$.
Vérifier que le bénéfice de l'entreprise est alors $B(x) = -x^2 + 11x - 18$.

2) a) B′ est la dérivée de la fonction B . Calculer B'(x) lorsque x appartient à l'intervalle [4 ; 10].
b) Déterminer, en fonction de x, le signe de $-2x + 11$ sur l'intervalle [4 ; 10].
c) En déduire les variations de B sur l'intervalle [4 ; 10].

3) Déterminer alors le nombre de pièces que l'entreprise doit produire pour réaliser un bénéfice maximum.

EXERCICE 3 (5 points)

L'élection du président d'une association se fait au scrutin majoritaire à deux tours. Tout au long du scrutin, seuls les votes exprimés sont comptabilisés. Trois candidats se présentent au premier tour. Le candidat A obtient 40% des voix. Le candidat B obtient 33% des voix. Le candidat C obtient 27% des voix. On procède alors àun second tour entre les candidats A et B. Tous les votants du premier tour votent au second tour.

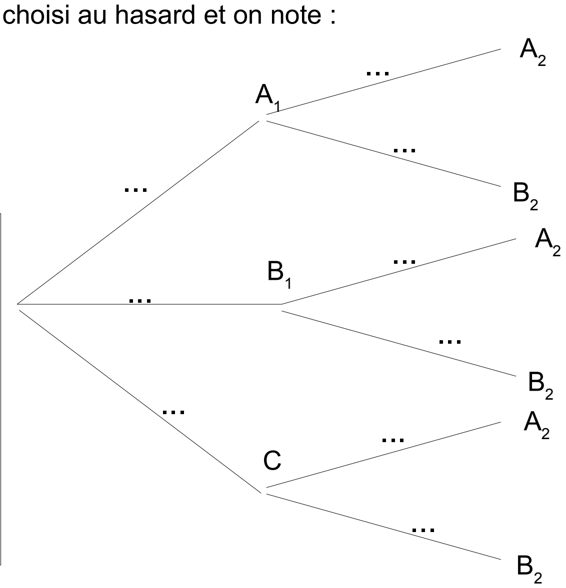
- Parmi les adhérents de l'association qui ont voté Aau premier tour, 99% votent A au second tour.
- Parmi les adhérents de l'association qui ont voté Bau premier tour, 100% votent B au second tour.
- Parmi les adhérents de l'association qui ont voté Cau premier tour, 20% votent A au second tour.

Partie A

A l'issue du second tour, on interroge un adhérent de l'association choisi au hasard et on note :

$A1$ l'événement : « cet adhérent a voté A au premier tour »
$B1$ l'événement : « cet adhérent a voté B au premier tour »
C l'événement : « cet adhérent a voté C au premier tour »
A l'événement : « cet adhérent a voté A au second tour »
B l'événement : « cet adhérent a voté B au second tour »

1) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre :



QCM

Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, une seule réponse est correcte.

2) La probabilité de l'événement $C \cap A$ est :
• 0,2 • 0,29 • 0,054 • 0,02

3) La probabilité de l'événement A est :
• 0,45 • 0,4 • 0,55 • 0,6

4) Un adhérent de l'association choisi au hasard a voté A au second tour. La probabilité que cet adhérent ait voté C au premier tour est :
• $p(C \cap A)$ • $p(C)$ • $p(A)$ • $p(C \cup A)$

Partie B

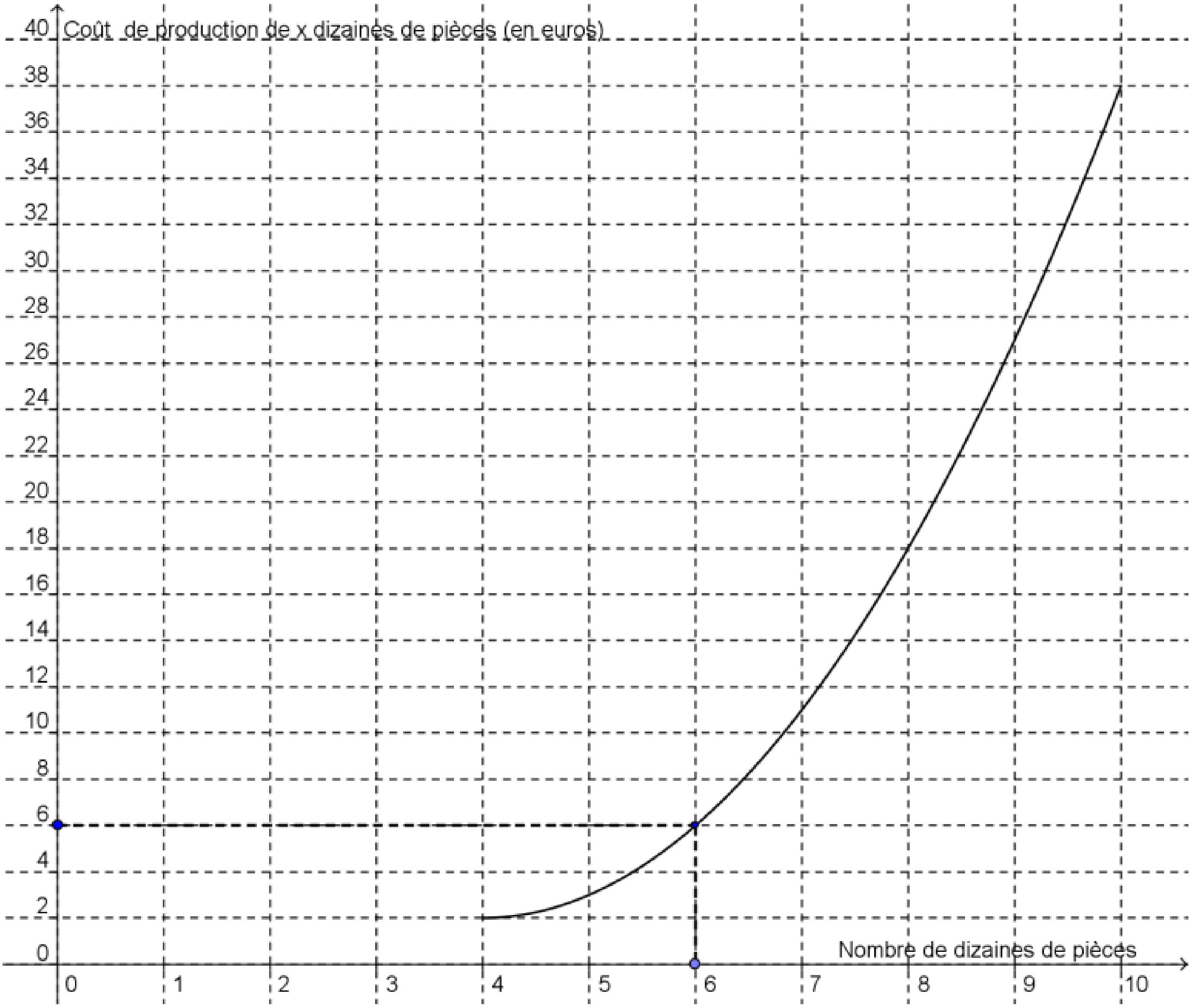
Dans cette partie toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Un candidat est élu à l'issue du second tour de l'élection lorsqu'il obtient strictement plus de la moitié des voix.

1) Quel est le candidat élu à l'issue du second tour de l'élection ?

2) Si les adhérents qui ont voté A au premier tour avaient tous voté A au second tour, A aurait-il été élu ?

EXERCICE 2 – Partie A : graphique à compléter



Lecture du graphique : si x = 6, l'entreprise produit 60 pièces pour un coût de 6€.