TD 18 Utilisation des formules binomFdp, binomFrép ou BinomialPD et BinomialCD

Les Ti et casio récentes intègrent 2 formules permettant de calculer toutes les probabilités liées à la loi binomiale avec un peu d'astuce :

Formule	Ti	Casio
P(X = k)	BinomFdp(n,p,k)	binomialPD(k,n,p)
P(X ≤ k)	BinomFrép(n,p,k)	binomialCD(k,n,p)
P(X ≥ k) = 1 - P(X≤ k-1)	1 – BinomFrép(n,p,k-1)	1 – binomialCD(k-1,n,p)
P(X < k) = P(X ≤ k-1)	BinomFrép(n,p,k-1)	binomialCD(k-1,n,p)
P(X > k) = 1 - P(X≤ k)	1 – BinomFrép(n,p,k)	1 – binomialCD(k,n,p)

Formule	Ti	Casio
P(a ≤ X ≤ b) = P(X ≤ b) – P(X < a)	BinomFrép(n,p,b) - BinomFrép(n,p,a-1)	binomialCD(b,n,p) - binomialCD(a-1,n,p)
P(a < X < b)	BinomFrép(n,p,b-1) - BinomFrép(n,p,a)	binomialCD(b-1,n,p) - binomialCD(a,n,p)

Si on vous demande de réaliser un tableau de valeurs pour k compris entre a et b pour $\mathscr{B}$(n,p):
- P(X=k)

Casio	Ti
Menu → table Y1 = binomialPD(X,n,p) F5 (Rang) Start:a - End : b - Pitch : 1 F6 (TABL)	*f(x)* Y1= binomFdp(n,p,X) *2nde* deftable DébTbl = a Pas = 1 *2nde* table

- P(X ≤ k)

Casio	Ti
Menu → table Y1 = binomialCD(X,n,p) F5 (Rang) Start:a - End : b - Pitch : 1 F6 (TABL)	*f(x)* Y1= binomFrép(n,p,X) *2nde* deftable DébTbl = a Pas = 1 *2nde* table

<u>Exercice 1 :</u> Calculer les probabilités suivantes à 0,001 près
X est une variable aléatoire suivant $\mathscr{B}$(40,0.6).

P(X=24) = P(X ≤ 12) = P(X < 20) = P(20 ≤ X ≤ 29) = P(X > 30) =

X est une variable aléatoire suivant $\mathscr{B}$(30,0.8).

P(X=24) = P(X ≤ 12) = P(X < 20) = P(20 ≤ X ≤ 29) = P(X > 30) =

<u>Exercice 2 :</u> Réaliser un tableau de valeurs à 0,001 près
X est une variable aléatoire suivant $\mathscr{B}$(80,0.3). Compléter le tableau suivant pour les valeur de k allant de 19 à 29.

k											
P(X=k)											
P(X≤k)											

<u>Exercice 3 :</u> Pile ou face
On lance une pièce équilibrée et on remporte le lancer si on tire « face ». On répète cette opération 20 fois d'affilée et X représente le nombre de « face » obtenues.
1- Justifier la loi suivie par X et indiquer ses paramètres
2- Quelle est l'espérance E(X) de ce jeu ?
3- Calculer P(X=10), P(X=8) et P(X=12)
4- Calculer la probabilité d'obtenir un score compris entre 8 et 12. Comment l'écrit-on sous forme de probabilité ?

<u>Exercice 4 :</u> Le daltonisme
le daltonisme est une anomalie d'origine génétique affectant la vision. Une personne atteinte ne peut percevoir une des trois couleurs primaires. La plus courante (8 % des hommes, portée par le chromosome X), est la deutéranopie qui empêche la personne de voir le vert.
Soit une classe composée de 40 garçons et D la variable aléatoire correspondant au nombre de garçons deutéranopes.
1- Quelle est la probabilité qu'aucun des garçons ne soit daltonien ?
2- En déduire la probabilité qu'au moins un en soit atteint.
3- Quelle est la probabilité qu'au maximum 3 garçons en soient atteints ?
4- Quel devrait être l'effectif minimum de la classe en garçons pour être sûr à plus de 99 % qu'au moins un est deutéranope ?
5- Une femme ne peut être deutéranope que si ses deux chromosomes X sont porteurs de l'anomalie. Sachant que dans la population 8 % des humains sont porteur de cette anomalie, en déduire la probabilité qu'une femme soit deutéranope.
==> Une des raison qui expliquerait la fréquence relativement importante de la deutéranopie serait que cette mutation est récente dans notre évolution : elle est commune aux primates hominoïdes mais pas à tous les autres.

Exercice 5 : Intervalle de fluctuation (17p179)

Dans une ville, 20 % des personnes utilisent les transports en commun chaque jour. On note X la variable aléatoire égale au nombre de de personnes utilisant les transports en commun chaque jour dans un échantillon de 200 personnes de cette ville.
1- Quelle loi suit X ?
2- A l'aide du tableau ci-contre :
a. déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$.
b. déterminer le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.
3- En déduire un intervalle de fluctuation à 95 % de la proportion des personnes utilisant chaque jour les transports en commun dans un échantillon de cette ville de taille 200.

k	$P(X \leq k)$
28	0,0179
29	0,0283
30	0,0430
...	
50	0,9655
51	0,9764

Exercice 6 : Prise de décision sur échantillon (19p179)

Victor, un producteur de fruits, a un terrain mal exposé : sur ce terrain, chacun de ses melons a la probabilité 0,6 d'avoir un taux de sucre insuffisant.
Dans la production très importante de Victor, on examine un échantillon tiré au hasard de taille 100. On appelle X la variable aléatoire associée au nombre de melons ayant un taux de sucre insuffisant dans cet échantillon.
1- Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?
2- Un tableur a permis de déterminer les résultats suivants : le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$ est 50 et le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$ est 69. En déduire un intervalle de fluctuation à 95 % de la proportion de melons ayant un taux de sucre insuffisant dans les échantillons de taille 100.
3- L'hypothèse p=0,6 est acceptable au seuil de confiance de 95 % si p est compris dans l'intervalle de fluctuation de la proportion de melons ayant un taux de sucre insuffisant. Est-ce le cas ?
4- Dans la coopérative voisine, un échantillon de 100 melons de provenance inconnue est passée au contrôle : 48 de ces melons ont un taux de sucre **suffisant**.
Au seuil de confiance de 95 %, peut-on accepter l'hypothèse que cette échantillon provient de la production de Victor ?

Exercice 7 : Définir des intervalles de fluctuation

Un exploitant agricole a réalisé un contrat avec une grande enseigne de distribution. L'enseigne lui prendra ses tomates si elles correspondent au calibre A , mais les rejettera sinon.
L'exploitant considère que chaque tomate a une probabilité de 0,8 de correspondre au calibre A et il aimerait s'en assurer. Pour cela, il va examiner un échantillon de 50 tomates prélevées au hasard et X sera le nombre de tomates répondant au calibre A.
1- Quelle est l'hypothèse que l'exploitant doit faire pour supposer que X suit une loi binomiale de paramètres n=50 et p=0,8 ?
2- A l'aide de votre calculatrice, déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$ et le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$. En déduire un intervalle de fluctuation à 95 % de la proportion de tomates correspondant au calibre A dans les échantillons de taille 50.
3- Faire de même, mais pour un échantillon de taille 100
4- S'il en a la possibilité, quel est l'avantage à utiliser un échantillon de taille 100 d'après vos résultats ?