TD 17

Exercice 1 : Lancer de dés
Christine lance un dé à 20 faces. Soit X la variable aléatoire représentant le nombre qu'indique le dé.
1- Quelles sont les valeurs que peut prendre X ?
2- La variable X suit-elle une loi binomiale ?
3- Donner les valeurs des probabilités suivantes :

$P(X = 5)$	$P(X < 3)$	$P(X \leq 3)$	$P(X > 12)$	$P(5 < X < 14)$	$P(7 \leq X < 15)$	$P(X < 3 \cup X > 15)$	$P(X < 3 \cap X > 15)$

Exercice 2 : Lancers francs (ex75p168)
Dans un club de sport, Julien joue au basket. Il sait que lors d'un lancer, sa probabilité de marquer un panier est égale à 0,6.
1- Julien lance le ballon quatre fois de suite. Les quatre lancers sont indépendants les uns des autres.
a) Montrer que la probabilité que Julien ne marque aucun panier est égale à 0,0256.
b) Calculer la probabilité que Julien marque au moins un panier.
2- Julien effectue n lancers. Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle la probabilité qu'il marque au moins un panier est supérieure à 0,999 *(aide → calculer d'abord la valeur de n pour laquelle la probabilité de ne marquer aucun panier est inférieure à 0,001 et réfléchir...)*

Exercice 3 : code de la route (ex74p168)
Pour l'examen du code de la route, les candidats doivent remplir un questionnaire de 40 questions, en choisissant, pour chacune d'elles l'une des 4 réponses proposées, dont une seule est exacte. Un candidat décide de tenter sa chance en cochant au hasard une réponse pour chaque question.
1- Quel est la loi de probabilité du nombre S correspondant au nombre de bonnes réponses du candidat ?
2- Calculer $P(S \geq 36)$. Que représente cette probabilité ?
3- Calculer l'espérance mathématique E(S) et donner une interprétation de ce nombre.

Exercice 4 : Détection de maladie (ex77p168)
Parmi une population, des études médicales ont démontré que 3 % des individus étaient porteurs d'une certaine maladie. On prélève au hasard un échantillon de 200 individus dans cette population. On suppose la population suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
Calculer la probabilité parmi ces 200 individus que :
1- Aucune personne ne soit malade ;
2- Au moins 3 personnes soient malades.
3- Calculer le nombre moyens de personnes malades que l'on peut attendre dans cet échantillon. Comment appelle-t-on cette valeur ?

Exercice 5 : Billard américain (ex 80p168)
Une PME fabrique des boules de billard. Dans un stock de boules, 67 % des boules sont blanches et les autres sont rouges. On prélève au hasard 15 boules de ce stock, qui est suffisamment important pour que l'on considère avoir procédé à un tirage avec remise.
On considère la variable aléatoire Y qui à tout prélèvement de 15 boules associe le nombre de boules blanches parmi celles-ci.
1- Justifier que la variable aléatoire Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2- Calculer la probabilité que dans un tel prélèvement, il y ait exactement 10 boules blanches.
3- Calculer la probabilité que dans un tel prélèvement, il y ait au plus 13 boules blanches.

Exercice 6 : exercices d'application
La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres n=15 et p=0,6.
1- Calculer à 0,001 près $P(X \leq 5)$, puis $P(X \leq 10)$.

La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres n=40 et p=0,7.
2- Construire une table de valeurs $P(X \leq k)$ pour k compris entre 30 et 36.
3- A partir de quelle valeur de k, $P(X \leq k) > 0,975$?

La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètre n=80 et p=0,7.
4- Déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$.
5- Déterminer le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$.

Exercice 7 : Intervalles de fluctuation
Un sac contient un quart de billes jaunes et trois quert de billes vertes. On tire au hasard et avec remise 100 billes de ce sac et on note X la variable aléatoire égale au nombre de billes jaunes tirées : X suit la loi binomiale de paramètres n=100 et p=0,25.
Un tableur a permis de trouver que le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$ vaut a=17 et que le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$ vaut b=34.
En déduire un intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence des billes unes dans les échantillons de taille 100.

Exercice 8 : Prise de décision sur un échantillon. (ex 18p179)
Des statistiques ont permis d'établir qu'en période de compétition, la probabilité pur un sportif, pris au hasard, d'être déclaré positif à un contrôle antidopage est égale à 0,02. On décide de construire un test qui, à la suite des contrôles sur un échantillon de 50 sportifs prélevés au hasard, permette de décider i, au seuil de confiance de 95 %, le pourcentage de sportifs contrôlés positifs est p=0,02.
1- Soit X la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire (supposé tiré avec remise) de 50 sportifs contrôlés, associe le nombre de sportifs contrôlés positivement. Quelle loi suit X ? Quels sont ses paramètres ?

2- Un calcul a montré qu'un intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence des sportifs contrôlés positifs dans les échantillons de taille 50 est [0 ; 0,06].
Enoncer la règle de décision permettant de rejeter ou non l'hypothèse p=0,02 à partir des résultats obtenus sur l'échantillon.

3- Dans cet échantillon, deux contrôles antidopage ont été déclarés positifs. Que peut-on conclure sur l'hypothèse faite ?

---Correction programmes de la semaine dernière---

1- On saisit une valeur
A : La calculatrice doit afficher « + » si le nombre saisi est positif et « - » s'il est négatif

Langage naturel	Ti	Casio
Saisir a Si a ≥ 0 Alors : Afficher « + » Sinon : Afficher « - »	Input « A= »,A If A ≥ 0 Then Disp « + » Else Disp « - » End	« A= »? → A If A ≥ 0 Then « + » Else « - » IfEnd

B : La calculatrice doit afficher « PLUS PETIT QUE -1 », « ENTRE -1 et 1 » et « PLUS GRAND QUE 1 » selon les cas

Langage naturel	Ti	Casio
Saisir a Si a ≥ 1 Alors : Afficher « Plus grand que 1 » Sinon : Si a ≥ -1 Alors : Afficher « Entre -1 et 1 » Sinon : Afficher « Plus petit que -1 »	Input « A= »,A If A ≥ 1 Then Disp « PLUS GRAND QUE 1 » Else If A ≥ -1 Then Disp « ENTRE -1 et 1 » Else Disp « PLUS PETIT QUE 1 » End End	« A= »? → A If A ≥ 1 Then « PLUS GRAND QUE 1 » Else If A ≥ -1 Then « ENTRE -1 et 1 » Else « PLUS PETIT QUE 1 » IfEnd IfEnd

2- la population d'une colonie de gnous est de 12000 bêtes au début du printemps 2013. Sa population augmente de 0.4 % chaque année. Soit a_n la population à l'année 2013+n.
A : La calculatrice affiche la population du printemps 2100.

Langage naturel	Ti	Casio
A=12000 Pour n allant de 1 à 87 par pas de 1 : A*1.004 → A Fin boucle Afficher A	12000→A For (N,1,87) A*1.004→A End Disp A	12000→A For N→1 To 87 Step 1 A*1.004 → A Next A¬

B : La calculatrice affiche en quelle année la colonie aura augmenté de 75 %

Langage naturel	Ti	Casio
A=12000 N = 2013 Tant que A n'a pas augmenté de 75 %, continuer A*1.004 → A N+1 → N Fin boucle Afficher N Afficher A	12000→A A → B 2013 → N While B<1,75*A 1.004*B → B N+1 → N End Disp N Disp B	12000→A A → B 2013 → N While B<1,75*A 1.004*B → B N+1 → N ClrText Locate 1,1,N WhileEnd ClrText Locate 1,1,N Locate 1,2,B

3- On tire une pièce équilibrée à pile ou face
A : On voudrait savoir combien de lancer on doit effectuer pour que la probabilité de ne JAMAIS faire face soit inférieure à 1 sur 1 million.

Langage naturel	Ti	Casio
Tant que la probabilité n'est pas atteinte, continuer A*1.004 → A N+1 → N Fin boucle Afficher N Afficher A	0 → N While binompdf(n,0,5,0)≥1/1000000 N+1 → N End Disp N Disp binompdf(n,0,5,0)	0 → N While BinomialPD(0,n,0,5)≥1/1000000 N+1 → N ClrText Locate 1,1,N WhileEnd Locate 1,1,N Locate 1,2,BinomialPD(0,n,0,5)