*TD 15 – Probabilités*

**Exercice 1 :**

On veut représenter graphiquement la loi binomiale de paramètres n=6 et p=0,3.

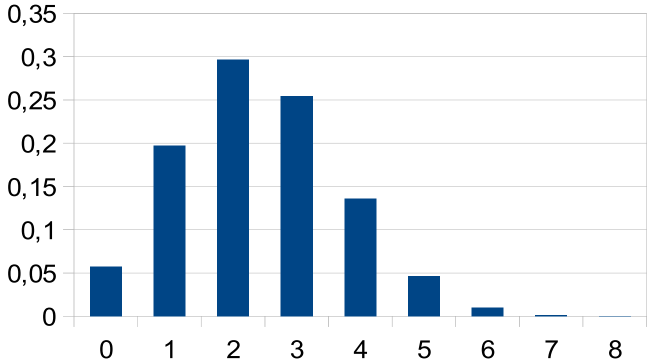
1- Compléter le tableau suivant (à $10^{-2}$ près)

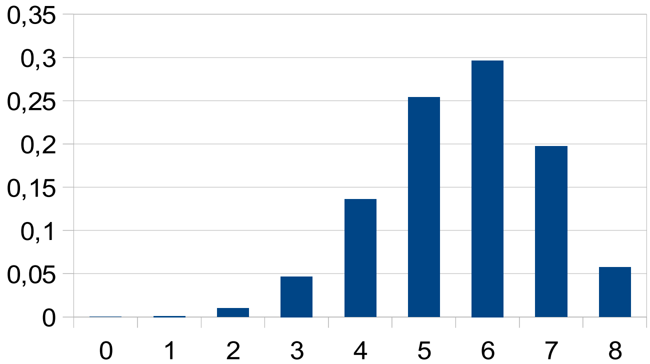
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| k | | | | | | | |
| P(X=k) | | | | | | | |

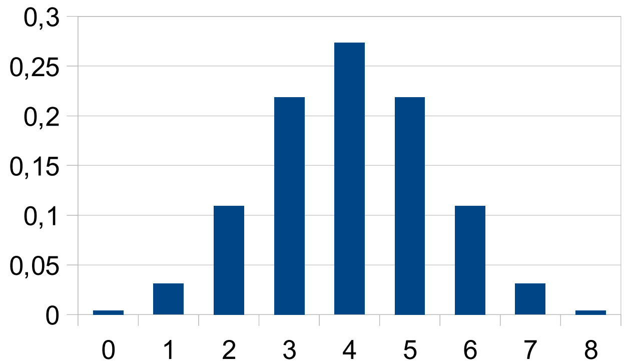
2- Tracer le diagramme en bâtons correspondant à cette loi binomiale.

**Exercice 2 :**

Les trois graphiques ci-dessous correspondent à des lois binomiales de paramètre n=8. Saurez-vous retrouver laquelle a pour second paramètre p=0,3, celle pour laquelle p=0,5 et celle pour laquelle p=0,7 ?




**Exercice 3 :** Espérance mathématique

Un joueur tire 7 fois une boule en la remettant tout de suite après dans une urne contenant 15 boules noires et 5 boules rouges. Le joueur incrémente son score à chaque fois qu'il tire une boule rouge.

1- Indiquer si le jeu forme un schéma de Bernoulli et si oui, indiquer ses paramètres *n* et *p*.

Soit X la variable aléatoire représentant le nombre total de boules rouges tirées.

2- Réaliser un tableau récapitulant la probabilité de chaque score (k et P(X=k)).

3- Calculer le « score moyen » que peut espérer obtenir le joueur. Cette moyenne est appelée ***espérance*** en probabilités.

4- Comparer la valeur calculée au produit n*p. Conclure.

**Exercice 4 :** Probabilités et épizootie (46p163)

Lors d'une épizootie (épidémie pour les animaux) chez des ovins, on s'est aperçu que si la maladie est diagnostiquées suffisamment tôt chez un animal, on peut le guérir ; sinon la maladie est mortelle. Un test est mis au point. La probabilité que le test soit positif est 0,045.

On choisit trois animaux au hasard. La taille de ce troupeau permet de considérer les épreuves comme indépendantes et d'assimiler les tirages à des tirages avec remise.

On note X la variable aléatoire qui aux trois animaux choisis associe le nombre d'animaux ayant un test positif.

1- Quelle est la loi de probabilité suivie par X ?

2- Calculer P(X=0).

3- En construisant un arbre pondéré, déterminer P(X=1).

4- Quelle est la probabilité pour qu'au moins un des trois animaux ait un test positif ?

**Exercice 5 :** Viser la cible (48p163)

Un archer réussit un volée (deux tirs successifs d'une flèche) avec une probabilité égale à 0,35. Cet archer tire trois volées successives, que l'on suppose indépendantes.

On considère la variable aléatoire X correspondant au nombre de volées réussies parmi les trois tirées.

1- Montrer que X suis une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

2- Calculer, à $10^{-3}$ près la probabilité de l'événement « X = 2 » .
3- Quelle est, à $10^{-3}$ près, la probabilité que l'archer réussisse au moins deux volées ? Au plus deux volées ?

**Exercice 6 :** Paul le poulpe (53p164)

Paul était une pieuvre mâle de l'aquarium d'Oberhausen en Allemagne. Il est devenu célèbre auprès des parieurs, notamment pour ses « prévisions » du résultat des matches de l'équipe d'Allemagne de football lors de l'Euro 2008 puis de la Coupe du Monde 2010. Paul le poulpe faisait connaître ses « prévisions » en ouvrant une boîte aux couleurs de l'équipe gagnante. On note X le nombre de bonnes réponses données par la pieuvre lors de 14 prévisions. On considère que la pieuvre a 1 chance sur 2 de choisir une boîte et qu'il y a indépendance des réponses pour chaque pronostic.
1- Quelle loi suit X ? Donner ses paramètres.
2- Déterminer les probabilités $P(X = 12)$ et $P(X \geq 12)$ à $10^{-4}$ près.

=> 12 des 14 prévisions de Paul le poulpe se sont révélées exactes...

**Exercice 7 :** L'usine de stylos (81p169)
Une usine fabrique en grande quantité un certain modèle de stylo. On prélève un stylo au hasard dans une importante livraison destinée à une chaîne d'hypermarchés.
On sait que 1,6 % des stylos fabriqués sont défectueux. On prélève au hasard vingt stylos pour vérification. On considère que la production est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. On considère la variable aléatoire X qui à tout prélèvement de vingt stylos associe le nombre de stylos défectueux de ce prélèvement.
1- Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2- Calculer la probabilité que dans un tel prélèvement il n'y ait pas de stylo défectueux.
3- En déduire la probabilité qu'il y ait au moins un stylo défectueux.

**Exercice 8 :** Un pas vers le chapitre suivant
la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n=50$ et $p=0,6$.
Déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$.
→ Utiliser les fonctions BinomFRéP (Ti ) et BinomialCD (Casio)