TD n°14

I - Statistiques

Exercice 1 : Moyennes et écarts-types

Dans un bureau de poste, on a étudié le temps d'attente (en minutes) des usagers au guichet.

| Classe | [0;4[ | [4;8[ | [8;12[ | [12;16[ | [16;20[ |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 651 | 348 | 134 | 52 | 28 |

Déterminer la moyenne et l'écart-type de cette série

Deux enfants, 2milie et Liam, jouent aux billes avec des amis. Voici leurs résultats durant six parties :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de billes gagnées par Emilie | 8 | 10 | 4 | 7 | 7 | 6 |
| Nombre de billes gagnées par Liam | 10 | 8 | 9 | 6 | 4 | 5 |

1. Déterminer la moyenne et l'écart-type de chaque série
2. Qui a les résultats les plus réguliers ?

Exercice 2 : Contrôle de qualité (66p145)

Le contrôle qualité des analyses de biologie médicale est un ensemble de moyens utilisés pour détecter et corriger les erreurs pouvant entacher les résultats des examens de laboratoire.

Un même échantillon d'urée (une substance présente dans les urines) a été dosé sur les 31 jours d'un mois. On a obtenu les résultats suivants, en grammes par litre :

0,3-0,28-0,31-0,30-0,30-0,29-0,25-0,32-0,29-0,30-0,31-0,29-0,33-0,32-0,30-0,28-0,29-0,31-0,30-0,28-0,31-0,32-0,28-0,30-0,29-0,30-0,27-0,38-0,29-0,30-0,31.

1. Calculer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type σ de cette série de résultats.

Le laboratoire indique que les « limites de confiance » sont à $\overline{x}-2\sigma$ et $\overline{x}+2\sigma$ et que les « limites d'alerte » sont à $\overline{x}-3\sigma$ et $\overline{x}+3\sigma$.

2. A-t-on atteint pendant le mois les limites de confiance ou celles d'alerte ?
3. Expliquer l'utilité de ces valeurs pour le laboratoire.

II – Probabilités

Exercice 3 : Paramètres d'un schéma de Bernoulli

1. On lance 6 fois de suite une pièce équilibrée, et on note S l'issue « face ». Préciser les paramètres de ce schéma de Bernoulli.
2. On tire 4 fois de suite un dé à 6 faces équilibré et on note S l'issue « multiple de 3 ». Préciser les paramètres de ce schéma de Bernoulli.
3. On tire puis l'on replace 3 fois de suite une carte dans un jeu de belote (32 cartes). On note S l'issue « obtenir une figure ». Préciser les paramètres de ce schéma de Bernoulli.
4. On considère le schéma de Bernoulli de paramètre 2 et 0,1. On note X le nombre de succès obtenus. Précisez les valeurs que peut prendre la variable X.

Exercice 4 : Avec un dé 20.


Il est courant dans les jeux de rôle d'utiliser des dés à 20 faces. Lors d'une épreuve, le maître du jeu demande à un joueur de lancer trois fois de suite le dé. S'il réalise au moins deux fois un multiple de trois alors le joueur a remporté l'épreuve.

On note S l'issue « obtenir un multiple de 3 ».

1. Préciser les paramètres de ce schéma de Bernoulli
2. Réaliser l'arbre pondéré correspondant à ce schéma.

On note X la variable correspondant au nombre de succès que peut obtenir le joueur.

3. Quelles valeurs peut prendre X ?
4. A l'aide de l'arbre, calculer les probabilités d'obtenir chaque valeur de X et les récapituler dans un tableau.
5. Quelle probabilité a le joueur de remporter l'épreuve ?

Exercice 5 : Reconnaître une loi binomiale

Parmi les expériences suivantes, indiquer si elles correspondent à une loi binomiale (indiquer paramètres) ou non et le cas échéant indiquer ce qu'il faudrait modifier pour qu'elles le deviennent.

a. On lance trois fois de suite une pièce de monnaie équilibrée.
b. On lance trois fois de suite une pièce truquée : elle est lestée de façon à ce que le côté face sorte deux fois plus souvent que le côté pile.
c. On tire quatre fois de suite sans remise une boule (succès si rouge) dans une urne contenant 10 boules rouges et 10 boules bleues.
d. On tire 2 fois de suite une carte dans un jeu de 32 cartes (succès si c'est un pique).

Exercice 6 : Utiliser la calculatrice

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètre $n=6$ et $p = 0,4$.

1.Calculer les probabilités de chacune des valeurs de X et les récapituler dans un tableau.
2. Calculer grâce au tableau $P(X \leq 2)$, $P(X > 3)$ et $P(1 < X \leq 4)$.

III – Suites

Exercice 7 : Suites

La ville A de 100000 habitants au 1er janvier 2013 a une croissance démographique de 4 % par an, tandis que la ville B a une population de 150000 habitants à la même période, mais en déclin de 3,5 % par an.

Soit $a_n$ la population de la ville A à l'année 2013+n et $b_n$ celle de la ville B.

1. expliquer à quoi correspondent a1, a2 et b1 et b2 puis les calculer.
2. Indiquer la nature des suites $(a_n)$ et $(b_n)$
3. A l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année la ville A sera plus peuplée que la ville B.

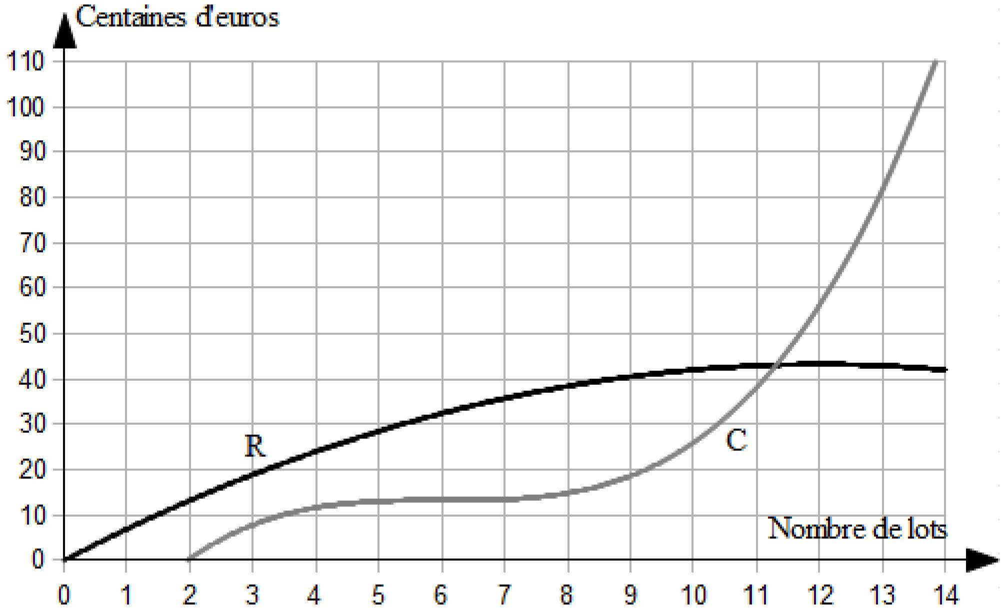
IV – Polynômes : retour sur l'exercice de la semaine dernière

Exercice 8 : Un prix de vente variable

**Partie A**

Une entreprise fabrique des jouets qu'elle vend par lots. Elle peut fabriquer jusqu'à 14 lots par jour et, lorsqu'elle fabrique et vend x lots, le coût de fabrication journalier est donné, en centaines d'euros par : $C(x) = 0{,}2x^3 – 6{,}6x^2 + 21{,}6x - 30$, $x \in [2 ; 14]$ .

De plus, le prix de vente d'un lot dépend du nombre x de lots vendus. Il est exprimé, en centaines d'euros par : $P(x) = 7{,}2 - 0{,}3x$.




**1.** Montrer que le montant de la recette journalière correspondant à la vente de x lots est donné, en centaines d'euros, par : $R(x) = 7{,}2x - 0{,}3x^2$.

**2.** Le graphique ci-contre représente les fonctions C et R. On utilisera ce graphique pour répondre aux questions suivantes.

**a.** Combien doit-on produire de lots pour que l'entreprise réalise un bénéfice chaque jour ? Justifier.

**b.** Pour quel nombre de lots le bénéfice vous paraît-il maximal ?

**Partie B**

On souhaite déterminer exactement le nombre de lots pour lequel le bénéfice est maximal.

Pour tout x appartenant à l'intervalle [2 ; 14], on pose :

$f(x) = R(x) – C(x) = -0{,}2x^3 + 3{,}3x^2 - 14{,}4x + 30$.

**1.** Calculer f '(x) où f ' désigne la dérivée de la fonction f.

**2.** Déterminer le signe de f '(x) sur l'intervalle [2 ; 14], puis dresser le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.

**3.** En déduire quel doit être le nombre de lots fabriqués et vendus pour que le bénéfice soit maximal. Que vaut alors ce bénéfice maximal ?

---

***Fiche Loi Binomiale et utilisation de la calculatrice***

Calcul pratique de P(X=k) et P(X≤k)

Pour des valeurs trop grandes de n, il devient difficile de faire les calculs à la main. La formule n'étant pas au programme, il vous sera demandé de savoir trouver ces résultats à l'aide de la calculatrice.

| | **Casio** | **Texas** | **Tableur** |
|---|---|---|---|
| **Syntaxe** | Touche OPTN, puis choisir *STAT*, puis*DIST*, puis *BINM* puis *Bpd* ou *Bcd*. | Menu distrib (2nde var), puis choisir*binomFdp* ou *binomFrép*. | Fonction **LOI.BINOMIALE** |
| **P(X=k)** | BinomialPD(k,n,p) | binomFdp(n,p,k) | =LOI.BINOMIALE(k;n;p;0) |
| **P(X≤k)** | BinomialCD(k,n,p) | binomFRép(n,p,k) | =LOI.BINOMIALE(k;n;p;1) |

Cela serait trop simple si toutes les calculatrices fonctionnaient de la même manière !

- Les versions anglaises des Texas instrument utilisent les fonctions binompdf et binomcdf
- De plus si votre calculatrice est trop ancienne, il se peut que ces fonctions ne soient tout simplement pas implémentées.

Il est dans ce cas nécessaire d'utiliser la fonction « nCr » (math+PRB chez Ti et OPTN+PROB chez Casio)

Dans le cas d'une loi binomiale de paramètres $nb_{tirages}$ et $p_{succès}$, pour calculer P(X=k) on fait :

$nb_{tirages}$ nCr k x $p_{succès}^{k}$ x $(1-p_{succès})^{nbtirage – k}$.

Exemple : Calculer P(X=2) pour une loi binomiale de paramètres n=5 et p=0,3.

Le calcul est donc 5 nCr 2 x $0{,}3^2$ x $(1-0{,}3)^{5-2}$