TD n° 12 : Polynômes, suites, statistiques et probabilités

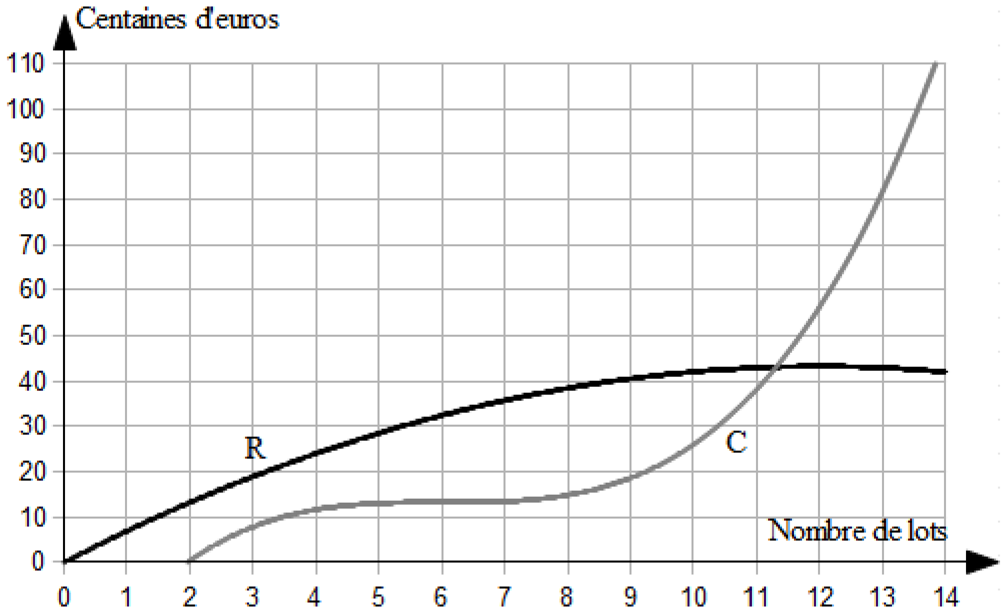
Exercice 1 : Un prix de vente variable

Partie A

Une entreprise fabrique des jouets qu'elle vend par lots. Elle peut fabriquer jusqu'à 14 lots par jour et, lorsqu'elle fabrique et vend x lots, le coût de fabrication journalier est donné, en centaines d'euros par : $C(x) = 0{,}2x^3 - 6{,}6x^2 + 21{,}6x - 30$, $x \in [2\,;14]$.

De plus, le prix de vente d'un lot dépend du nombre x de lots vendus. Il est exprimé, en centaines d'euros par : $P(x) = 7{,}2 - 0{,}3x$.

1. Montrer que le montant de la recette journalière correspondant à la vente de x lots est donné, en centaines d'euros, par : $R(x) = 7{,}2x - 0{,}3x^2$.



2. Le graphique ci-contre représente les fonctions C et R. On utilisera ce graphique pour répondre aux questions suivantes.

a. Combien doit-on produire de lots pour que l'entreprise réalise un bénéfice chaque jour ? Justifier.

b. Pour quel nombre de lots le bénéfice vous paraît-il maximal ?

Partie B

On souhaite déterminer exactement le nombre de lots pour lequel le bénéfice est maximal.

Pour tout x appartenant à l'intervalle [2 ; 14], on pose :

$f(x) = R(x) - C(x) = -0{,}2x^3 + 3{,}3x^2 - 14{,}4x + 30$.

1. Calculer f '(x) où f ' désigne la dérivée de la fonction f.

2. Déterminer le signe de f '(x) sur l'intervalle [2 ; 14], puis dresser le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle.

3. En déduire quel doit être le nombre de lots fabriqués et vendus pour que le bénéfice soit maximal. Que vaut alors ce bénéfice maximal ?

Exercice 2 (87p85)

La population d'une banlieue augmente de 7 % par an et celle du centre ville diminue de 4 % par an. En janvier 2013, elles sont toutes les deux de 30 000 habitants. Pour tout entier naturel *n*, on note b_n et c_n les populations des banlieues et du centre ville pour l'année 2013+*n*.

1. Déterminer les populations b_1, b_2 et c_1, c_2 en 2014 et 2015.

2. Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n. En déduire la nature de la suite (b_n).

3. Faire de même avec (c_n).

4. A l'aide de la calculatrice, déterminer en quelle année il y aura deux fois plus d'habitants dans la banlieue que dans le centre ville.

Exercice 3

Etudier le sens de variation des suites définies sur $\mathbb{N}$ et justifier si elles sont croissantes ou décroissantes.

$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 10 \end{cases}$ $\begin{cases} v_0 = -5 \\ v_{n+1} = v_n - 2 \end{cases}$ $\begin{cases} w_0 = 100 \\ w_{n+1} = 0{,}99\, w_n \end{cases}$ $\begin{cases} t_0 = -100 \\ t_{n+1} = 0{,}99\, t_n \end{cases}$

Exercice 4

On a mesuré la fréquence cardiaque au repos (FCR) d'un groupe de 59 sportifs amateurs hommes et femmes. On a obtenu les résultats suivants :

Effectif	1	1	2	3	5	2	6	4	9	8	4	6	1	6	1
FCR	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
FCR²															

1. Déterminer la médiane et les quartiles de cette série.
2. Calculer l'étendue et l'écart interquartile de cette série (Rappel : étendue = Max-Min ; écart interquartile = $Q_3 - Q_1$)
3. Calculer la moyenne de cette série
4. Calculer la ligne correspondant au carré de la FCR, puis en calculer la moyenne
5. Calculer l'écart type σ en utilisant la formule du cours ($\sigma = \sqrt{Moyenne\ des\ carrés - carré\ de\ la\ moyenne}$)
6. Vérifier en utilisant la fonction stats de votre calculatrice que vos calculs sont justes.

<u>Exercice 5 :</u> Bois de chauffage

La vente de bois de chauffage ne peut pas se faire « au poids » car la masse varie de façon importante selon que le bois est humide ou non. De plus, un bois humide chauffe beaucoup moins qu'un bois bien sec. On mesure le taux d'humidité des bûches livrées à l'ide d'un appareil.

1. Les indications données par l'appareil de mesure sont rassemblées dans le tableau suivant :

Indication de l'appareil	Nombre de bûches testées
[10 ; 14 [	410
[14 ; 18[	820
[18 ; 22[	1100
[22 ; 26[	670

a. Calculer l'indication moyenne de l'appareil arrondie au dixième.
b. Calculer l'écart-type de cette série statistique arrondi au dixième.

2. On estime que le bois est prêt à l'emploi si l'indication moyenne est inférieure à 20 et l'écart-type inférieur à 3. Indiquer si le bois est prêt à l'emploi.

<u>Exercice 6 :</u> Tirage dans une urne

On réalise une expérience en plaçant dans une urne, une boule rouge marquée d'un R et 3 boules bleues marquées d'un B. On tire une boule au hasard et on note R ou B selon la boule tirée, puis on la replace dans l'urne.
On répète l'expérience, ce qui permet de former les « mots » RR, RB, BR ou BB.

Partie A

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ? Une boule bleue ?
2. En déduire la proportion des mots obtenus commençant par R.
3. Parmi les mots commençant par R, quelle est la proportions des mots qui finissent par R ?
4. A l'aide des proportions échelonnées vues dans le tout premier chapitre de l'année, déterminer la proportion du mot « RR » dans l'ensemble des mots obtenus.

Partie B

1. Donner la probabilité que ce mot commence par R.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir le mot « RR ».
3. Comme dans le cas des proportions échelonnées, on construit un arbre pondéré en plaçant comme ci-contre les probabilités de chaque « lettre » sur les branches.
a. Comment trouve-t-on ainsi la probabilité d'obtenir le mot « RR » ?
b. Déterminer la probabilité d'obtenir chacun des trois autres mots.