Les polynômes 6 – Les suites 2

Exercice 1 : Etude d'une fonction
Soit la fonction f : $x \rightarrow -x^3 + 2x^2 + 3x - 1$
1- Compléter le tableau de valeurs de la fonction f :

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
f(x)=													

2- A l'aide de la calculatrice, déterminer les solutions de l'équation f(x)=0.
3- Etude des variations de f.
a) Déterminer l'expression de f '(x)
b) Trouver les solutions de l'équation f '(x) = 0
c) Réaliser le tableau des signes de f '(x) et des variations de f(x)
d) Calculer les valeurs des deux extrema locaux de f.
e) Tracer la fonction f pour x $x \in [-2;4]$

Exercice 2 : Calculer des suites numériques
La suite (v_n) est définie par $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = 3 v_n^2 + 1$
1- Calculer les termes v_1, v_2, v_3
2- Calculer le huitième terme de la suite.

Exercice 3 : Dans un étang, pendant l'hiver 2011, la population des gardons était estimée à 600kg. Mais chaque année la quantité des gardons diminue du quart de sa valeur. Pour compenser sa diminution, on introduit chaque année 200kg de gardons.
On note u_n la quantité de gardons, exprimée en kilogrammes, au début de l'hiver de l'année 2011+n.
On a ainsi $u_0 = 600$ et pour tout entier naturel n :
$u_{n+1} = 3/4\ u_n + 200$.
1- Déterminer la quantité de gardon u_1 de gardons présents à l'hiver 2012, puis la quantité de gardons u_2 à l'hiver 2013.
2- Déterminer à la calculatrice la quantité de gardons présents à l'hiver 2025.

Exercice 4 : Le 1er janvier 2013, Ahmed dépose 1000 € sur un compte rémunéré à 4 % d'intérêts annuels.
Chaque 1er janvier à partir de 2014, il dépose 300 € supplémentaires sur le livret. On note C_0 le capital de départ en euros, puis pour tout entier naturel non nul, C_n est le capital de l'année 2013 + n.
1- Calculer C_1, le capital au 1er janvier 2014, puis le capital C_2.
2- Donner l'expression de C_{n+1} en fonction de C_n.
3- A l'aide de la calculatrice, déterminer le capital disponible au 1er janvier 2025.

Sens de variation d'une suite : pour savoir si une suite est croissante ($u_{n+1} > u_n$) ou décroissante ($u_{n+1} < u_n$), il y a 2 possibilités :
- On étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$. Si $u_{n+1} - u_n > 0$ alors $u_{n+1} > u_n$ et donc la suite est croissante. A l'inverse, si $u_{n+1} - u_n < 0$ alors $u_{n+1} < u_n$ et donc la suite est décroissante.
- On calcule le rapport $\frac{u_{n+1}}{u_n}$. Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ alors $u_{n+1} > u_n$ et donc la suite est croissante. Si $0 < \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ alors $u_{n+1} < u_n$ et donc la suite est décroissante.
On vous indiquera laquelle des deux méthodes choisir dans les exercices.

Exercice 5 : étudier le sens de variation des suites suivantes en utilisant $u_{n+1} - u_n$.

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} u_0 = 9 \\ u_{n+1} = u_n - n^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} u_0 = -7 \\ u_{n+1} = u_n - 7n \end{cases}$$

Exercice 6 : Le salaire annuel d'embauche d'un employé est de 20 000 €. Son contrat prévoit une augmentation annuelle de 3 %. On note u_0=20 400 son salaire en euros la première année et pour tout entier naturel n non nul, u_n le salaire annuel au bout de n années.
1- Calculer u_1.
2- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n, puis dire si la suite est croissante ou non.
3- A l'aide de la calculatrice :
a) Déterminer le salaire annuel au bout de 20 ans.
b) Déterminer au bout de combien d'année le salaire aura doublé.

4- Refaire les question précédentes avec le salaire d'un ingénieur de la même entreprise et embauché avec un salaire annuel de 30 000 €. Conclusion ?