

Les suites numériques 1

Exercice 1 : Coût d'un bonnement annuel

L'enseigne de fitness Ultraforme® dispose du forfait annuel suivant : 150 € à l'inscription puis chaque séance coûte 9,5 €. On pose p_0 , le coût de l'inscription seule et n le nombre de séances effectuées dans l'année. p_n est donc le coût total annuel dans le cas où l'on a effectué n séances.

1- calculer p_1 et p_2

$$P_1 = 150 + 9,5 = 159,5 \text{ €}$$

$$P_2 = P_1 + 9,5 = 169 \text{ €}$$

2- Si une personne participe à 17 séances, elle paiera 311,5 €. Calculer combien elle paiera pour 19 €.

$$P_{19} = P_{17} + 2 \cdot 9,5 = 311,5 + 19 = 330,5 \text{ €}$$

3- Déterminer à la calculatrice combien elle paiera pour 35 séances.

$$P_{35} = 150 + 35 \cdot 9,5 = 482,5 \text{ €}$$

L'enseigne propose également un l'abonnement Megaforme® avec un accès illimité aux salles pour 400 €. Déterminer à partir de combien de séances il est plus intéressant de choisir l'abonnement Megaforme®.

$$\text{On pose l'équation } 400 = 150 + x \cdot 9,5 \Rightarrow x = (400-150) / 9,5 \Rightarrow x = 26,3$$

L'abonnement Megaforme est donc intéressant à partir de 27 séances

Exercice 2 : Evolution de la population

Le Qatar est le pays dont le taux de croissance de la population est le plus élevé : 12,6 %/an.

Sa population en 2012 est de 1,5 millions de personnes.

1- Calculer sa population prévue en 2013, 2014 et 2015.

Rappel coefficient multiplicateur $c = 1 + \text{taux de croissance}$

$$\text{Population}(2013) = \text{Population}(2012) \cdot (1+0,126) = 1\,500\,000 \cdot 1,126 = 1\,689\,000$$

$$\text{De même Population}(2014) = \text{population}(2013) \cdot 1,126 = 1\,902\,000 \text{ et Population}(2015) = 1\,902\,000 \cdot 1,126 = 2\,141\,000$$

2- A ce rythme, en quelle année sa population aura-t-elle doublé ?

On continue le calcul précédent en cherchant à quelle date la population atteindra 3 millions : 2018

Le Libéria, un des 10 pays les moins développé au monde, affiche le taux de croissance démographique le plus élevé d'Afrique avec 4,1 %/an depuis la fin des guérillas en 1997. Actuellement 4,1 millions de personnes vivent au Libéria.

3- Calculer sa population prévue en 2013,2014 et 2015.

Même calcul que précédemment : 2013 => 4,27 millions ; 2014 => 4,44 millions et 2015 => 4,63 millions

4- A ce rythme, en quelle année sa population aura-t-elle doublé ?

Il suffirait de faire comme au 2-, sauf que c'est plus long ;-)) On va donc utiliser intelligemment la calculatrice :

On tape le chiffre de départ, puis on appuie sur « entrée »

On tape * 1,041, la calculatrice affiche alors Rep*1,041 ou Ans*1,041 et on appuie de nouveau sur entrée.

A ce stade la calculatrice affiche la population en 2013, mais il suffit maintenant de rappuyer sur entrée pour avoir les chiffres de 2014, 2015, etc.

On trouve alors que c'est en 2030 que la population aura fini par doubler avec 8,45 millions d'habitants.

L'Afrique elle-même affiche un taux de croissance de 2,34 % par an. On estime la population du continent à 1,04 milliards d'habitants.

5- En conservant un rythme de croissance constant, quelle sera la population de l'Afrique en 2030 ?

Même méthode qu'au 4-, 2030 => 1,58 milliards d'habitants

Exercice 3 : une histoire de taux bancaire

La banque de Jean-Pierre propose deux livrets d'épargne rémunérés.

Pour un dépôt initial de 10 000 €, le banquier lui propose un livret X assurant un apport constant de 350 €, ou un livret Y au taux annuel de 3 %, ce qui signifie qu'à chaque fin d'année le livret est crédité de 3 % du montant disponible au début de l'année.

1- Calculer quelle somme serait disponible sur chaque livret au bout d'un an, 2 ans → 20 ans

année	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Livret X	10 000	10350	10700	11050	11400	11750	12100	12450	12800
Livret Y	10 000	10300	10609	10927	11255	11592	11940	12298	12667

année	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Livret X	13 150	13500	13850	14200	14550	14900	15250	15600	15950
Livret Y	13 047,73	13439	13842	14257	14685	15125	15579	16047	16528

année	18	19	20
Livret X	16300	16650	17000
Livret Y	17024	17535	18061

3- Si Jean Pierre compte conserver son livret 7 ans, quelle est la meilleure solution ? Même question avec 15 ans ?

Donc le livret X est la meilleure solution pour 7 ans mais le Y devient plus intéressant pour 15 ans.

2- Calculer $10\,000 + 350 \cdot 9$ puis $10\,000 \cdot 1,03^9$ et proposer une façon simple de calculer l'argent disponible sur les livret X et Y.

On remarque que pour calculer l'argent disponible dans un livret qui rapporte toujours une même quantité d'argent, il suffit d'ajouter la somme déposée initialement et d'y ajouter le gain annuel multiplié par le nombre d'années.

Dans le cas d'un livret à taux d'intérêt fixe, il faut multiplier la somme initiale par le coefficient multiplicateur ($c = 1+t$) porté à la puissance du nombre d'années.

Remarque : Du moment que le taux est strictement positif, peu importe qu'il soit faible, si on attend suffisamment longtemps, il finira toujours par être plus intéressant que le livret à rémunération constante !